PROSIDING SEMINAR NASIONAL

Yogyakarta, 27 Desember 2014

Tema :

Revitalisasi Pendidikan Matematika Menuju AFTA 2015

Editor :

Dr. Suparman, M.Si., DEA.

Sugiyarto, P.hD.

Dr. Tutut Herawan, M.Si.

Bidang Ilmu :

Pendidikan Matematika dan Matematika

DAFTAR ISI

ISSN :9 772407 749004

Mengkonstruksi Algoritma Bentuk Numerik Pada Sistem Persamaan Linear

Bambang Agus Sulistyono,
Pendidikan Matematika Universitas Nusantara PGRI Kediri,
bb7agus1@gmail.com

Abstrak

Permasalahan sistem persamaan linear banyak dijumpai dalam persoalan ilmu pengetahuan dan teknologi, seperti pada penyelesaian numerik persamaan diferensial biasa, diferensial parsial, analisis jaringan dan sebagainya. Ukuran yang besar dan bilangan yang terlibat dalam matriks seringkali menjadi kendala dalam menyelesaikan secara analitik. Penyelesaian secara numerik adalah salah satu alternatif yang dapat dilakukan. Dalam mengembangkan ke arah numerik, algoritma dibangun dengan konsep aljabar, agar mampu digunakan dalam menyelesaikan sistem persamaan linear secara umum. Dalam paper ini dibahas bagaimana mengkonstruksi algoritma dari bentuk aljabar linier ke perhitungan numerik.

Kata kunci : sistem linear, metode langsung, metode iterasi.

1. Pendahuluan

Sistem persamaan linear muncul hampir di setiap cabang matematika terapan. Dalam beberapa hal persamaan ini muncul langsung dari perumusan awal dari persoalannya, di dalam banyak hal lain penyelesaian dari persamaan merupakan bagian dari pengerjaan beberapa macam persoalan lain. Hal yang menarik adalah bahwa penyelesaian persamaan diferensial parsial sering didekati dengan metode yang membutuhkan penyelesaian sistem persamaan.

Di dalam penyelesaian sistem persamaan akan dicari nilai $x_1, x_2, \dots, x_n$ yang memenuhi sistem persamaan berikut:

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}$$

dengan a adalah koefisien konstan, b adalah konstan, n adalah jumlah persamaan, dan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah bilangan tak diketahui.

Dalam paper ini akan dikaji dua metode numerik untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yaitu metode langsung (seperti eliminasi Gauss dan dekomposisi LU) dan metode iterasi (seperti metode iterasi Jacobi dan metode iterasi Gauss-Seidel).

2. Metode Langsung

2.1 Eliminasi Gauss

Metode eliminasi Gauss adalah salah satu metode yang paling awal dikembangkan dan banyak digunakan dalam penyelesaian sistem persamaan linier. Prosedur penyelesaian dari metode ini adalah mengurangi sistem persamaan ke dalam bentuk segitiga atas sedemikian sehingga salah satu dari persamaan-persamaan tersebut hanya mengandung satu bilangan tak diketahui, dan setiap persamaan berikutnya hanya terdiri dari satu tambahan bilangan tak diketahui baru.

Untuk itu terlebih dahulu tuliskan sistem persamaan linier di atas ke dalam bentuk matrik yang diperbesar,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & a_{1n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & a_{2n+1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & a_{nn} & a_{nn+1} \end{bmatrix}$$

Kolom ke-n+1 sebagai vektor b. OBE selanjutnya diterapkan untuk membuat nol elemen yang berada di bawah diagonal utama. Untuk membuat nol elemen $a_{21}, a_{31}, \cdots, a_{n1}$, kita ikuti proses berikut. Operasi penggantian baris ke-2 dengan baris ke-2 ditambah p kali baris ke 1 dilakukan untuk membuat a_{21} menjadi nol. Di sini kita gunakan $p = -a_{21} / a_{11}$, a_{11} sebagai pembagi disebut elemen pivot. Pada tahap ini algoritma dapat disusun

```
p:=-a[2,1]/a[1,1]
Untuk j:=2, 3, …, n+1
      a[2,j]:=a[2,j]+p*a[1,j]
a[2,1]:=0
```

Penggantian baris ke-3 dengan baris ke-3 ditambah p kali baris ke 1 dilakukan untuk membuat a_{31} menjadi nol, kita gunakan $p = -a_{31} / a_{11}$, dengan algoritma

```
p:=-a[3,1]/a[1,1]
Untuk j:=2, …, n+1
      a[3,j]:=a[3,j]+p*a[1,j]
a[3,1]:=0
```

Penggantian baris ke-4 dan seterusnya dapat dilakukan dengan cara yang sama, sehingga keseluruhan tahap tersebut dapat digabungkan menjadi

```
Untuk i:=2, 3, …, n
   p:=a[i,1]/a[1,1]
   Untuk j:=2, 3, …, n+1
      a[i,j]:=a[i,j]-p*a[1,j]
   a[i,1]:=0
```

Sampai di sini kita peroleh matrik perluasan, menjadi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & a_{1n+1} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} & a_{2n+1} \\ 0 & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & a_{nn+1} \end{bmatrix}$$

Tahap berikutnya adalah membuat nol kolom ke-2 (warna merah), dengan algoritma

Untuk i:=3, …, n
p:=a[i,2]/a[2,2]
Untuk j:=3, …, n+1
a[i,j]:=a[i,j]-p*a[2,j]
a[i,2]:=0

Begitu seterusnya untuk kolom yang lain, sehingga keseluruhan diperoleh algoritma eliminasi Gauss

Untuk k:=1, 2, …, n-1
Untuk i:=k+1, k+2, …, n
p:=a[i,k]/a[k,k]
Untuk j:=k+1, k+2, …, n+1
a[i,j]:=a[i,j]-p*a[k,j]
a[i,k]:=0

2.2 Dekomposisi LU

Suatu cara menyelesaikan SPL

$$Ax = b$$

adalah dengan memecah matrik A menjadi matrik segitiga bawah L dan matrik segitiga atas U, lebih khusus lagi L mempunyai elemen 1 pada diagonal utama. Sehingga penyelesaian SPL dalam dua tahap

$$Ly = b, \quad Ux = y$$

y diselesaikan dari SPL pertama, kemudian diikuti menentukan x melalui matrik U. Masalah sekarang adalah bagaimana mendekomposisi A menjadi dua matrik L dan U, dan membuat algoritma-nya.

Kita ikuti proses dekomposisi untuk matrik ukuran 3x3 berikut. Diberikan matrik

$$A := \begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} \\ a_{21}^{(1)} & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} \\ a_{31}^{(1)} & a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} \end{bmatrix}$$

Kita gunakan superscript (1) untuk menyatakan sebagai notasi awal, dan setelah melalui proses perhitungan tempat yang ada akan ditimpa, karena matrik L dan U akan disimpan pada matrik A tersebut.

Sebagai matrik dekomposisinya kita misalkan mempunyai elemen

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ m_{21} & 1 & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

Hasil perkalian

$$LU = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ m_{21}a_{11} & a_{12}m_{21} + a_{22} & a_{13}m_{21} + a_{23} \\ a_{11}m_{31} & a_{12}m_{31} + a_{22}m_{32} & a_{13}m_{31} + a_{23}m_{32} + a_{33} \end{bmatrix}$$

disamakan dengan elemen A, dan ditentukan elemen pada matrik L dan U, baris pertama:

$a_{11}=a_{11}^{(1)},\quad a_{12}=a_{12}^{(1)},\quad a_{13}=a_{13}^{(1)}$

baris kedua:

$$m_{21}=a_{21}^{(1)}/a_{11}^{(1)},\quad a_{22}^{(2)}=a_{22}=a_{22}^{(1)}-m_{21}a_{12}^{(1)}$$
$$a_{23}^{(2)}=a_{23}=a_{23}^{(1)}-m_{21}a_{13}^{(1)}$$

baris ketiga: $m_{31}=a_{31}^{(1)}/a_{11}^{(1)}$, dan kita gunakan notasi

$a_{32}^{(2)}=a_{32}^{(1)}-m_{31}a_{12}^{(1)},\quad a_{33}^{(2)}=a_{33}^{(1)}-m_{31}a_{13}^{(1)}$

sebagai notasi sementara untuk mewadahi dua suku pertama dari kesamaan $a_{32}^{(1)}=m_{31}a_{12}+m_{32}a_{22}$ pada elemen baris-3 kolom-2, sama halnya untuk baris-3 kolom-3. Sehingga m_{32} dapat dihitung menggunakan $m_{32}=a_{32}^{(2)}/a_{22}^{(2)}$, dan akhirnya $a_{33}^{(3)}=a_{33}=a_{33}^{(2)}-m_{32}a_{23}^{(2)}$. Hasil perhitungan, matrik L dan U diletakkan pada satu matrik

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} \\ m_{21} & a_{22}^{(2)} & a_{23}^{(2)} \\ m_{31} & m_{32} & a_{33}^{(3)} \end{bmatrix}$$

Sekarang kita lihat proses dekomposisi untuk matrik ukuran 4x4. Dari matrik

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & a_{14}^{(1)} \\ a_{21}^{(1)} & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & a_{24}^{(1)} \\ a_{31}^{(1)} & a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} & a_{34}^{(1)} \\ a_{41}^{(1)} & a_{42}^{(1)} & a_{43}^{(1)} & a_{44}^{(1)} \end{bmatrix}$$

kita misalkan didekomposisi menjadi

$$L:=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ m_{21} & 1 & 0 & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 & 0 \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & 1 \end{bmatrix}\quad U:=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

Hasil perkalian keduanya

$$LU=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ m_{21}a_{11} & m_{21}a_{12}+a_{22} & m_{21}a_{13}+a_{23} \\ m_{31}a_{11} & m_{31}a_{12}+m_{32}a_{22} & m_{31}a_{13}+m_{32}a_{23}+a_{33} \\ m_{41}a_{11} & m_{41}a_{12}+m_{42}a_{22} & m_{41}a_{13}+m_{42}a_{23}+m_{43}a_{33} \end{bmatrix}$$

Dengan menyamakan LU dan A, kita peroleh

- $a_{11}=a_{11}^{(1)},\quad a_{12}=a_{12}^{(1)},\quad a_{13}=a_{13}^{(1)},\quad a_{14}=a_{14}^{(1)},$
- $m_{21}=a_{21}^{(1)}/a_{11}^{(1)};\quad a_{22}^{(2)}=a_{22}^{(1)}-m_{21}a_{12}^{(1)}$
  $a_{23}^{(2)}=a_{23}^{(1)}-m_{21}a_{13}^{(1)}$
  $a_{24}^{(2)}=a_{24}^{(1)}-m_{21}a_{14}^{(1)}$
- $m_{31}=a_{31}^{(1)}/a_{11}^{(1)};\quad a_{32}^{(2)}=a_{32}^{(1)}-m_{31}a_{12}^{(1)}$
  $a_{33}^{(2)}=a_{33}^{(1)}-m_{31}a_{13}^{(1)}$
  $a_{34}^{(2)}=a_{34}^{(1)}-m_{31}a_{14}^{(1)}$

$a_{32}^{(2)}, a_{33}^{(2)}, a_{34}^{(2)}$ merupakan nilai sementara dari elemen pada posisi yang ditunjukkan oleh indek, terkait dengan suku yang berwarna merah pada LU.

- $m_{41}=a_{41}^{(1)}/a_{11}^{(1)};\quad a_{42}^{(2)}=a_{42}^{(1)}-m_{41}a_{12}^{(1)}$
  $a_{43}^{(2)}=a_{43}^{(1)}-m_{41}a_{13}^{(1)}$
  $a_{44}^{(2)}=a_{44}^{(1)}-m_{41}a_{14}^{(1)}$

$a_{42}^{(2)}, a_{43}^{(2)}, a_{44}^{(2)}$ merupakan nilai sementara dari elemen pada posisi yang ditunjukkan oleh indek, terkait dengan suku yang berwarna merah pada LU.

Sampai tahap ini, matrik yang diperoleh, L dan U disimpn dalam matrik A,

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & a_{14}^{(1)} \\ m_{21} & a_{22}^{(2)} & a_{23}^{(2)} & a_{24}^{(2)} \\ m_{31} & a_{32}^{(2)} & a_{33}^{(2)} & a_{34}^{(2)} \\ m_{41} & a_{42}^{(2)} & a_{43}^{(2)} & a_{44}^{(2)} \end{bmatrix}$$

Baris pertama dan kedua sudah selesai diolah, begitu juga dengan kolom pertama (warna hijau). Baris ke tiga dan ke empat perlu disempurnakan. Untuk itu kita lakukan perhitungan

- $m_{32} = a_{32}^{(2)} / a_{22}^{(2)}; \quad a_{33}^{(3)} = a_{33}^{(2)} - m_{32}a_{22}^{(2)}$
  $a_{34}^{(3)} = a_{34}^{(2)} - m_{32}a_{14}^{(2)}$

- $m_{42} = a_{42}^{(2)} / a_{22}^{(2)}; \quad a_{43}^{(3)} = a_{43}^{(2)} - m_{42}a_{23}^{(2)}$
  $a_{44}^{(3)} = a_{44}^{(2)} - m_{42}a_{24}^{(2)}$

berkaitan dengan suku warna merah dan biru pada matrik LU. Sampai tahap ini kita sudah menghitung hamper semua elemen L dan U, seperti yang ditampilkan pada matrik berikut, warna hijau.

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & a_{14}^{(1)} \\ m_{21} & a_{22}^{(2)} & a_{23}^{(2)} & a_{24}^{(2)} \\ m_{31} & m_{32} & a_{33}^{(3)} & a_{34}^{(3)} \\ m_{41} & m_{42} & a_{43}^{(3)} & a_{44}^{(3)} \end{bmatrix}$$

Dua elemen tersisa dihitung sebagai berikut

- $m_{43} = a_{43}^{(3)} / a_{33}^{(3)}; \quad a_{44}^{(4)} = a_{44}^{(3)} - m_{43}a_{34}^{(3)}$

Sehingga diperoleh

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & a_{14}^{(1)} \\ m_{21} & a_{22}^{(2)} & a_{23}^{(2)} & a_{24}^{(2)} \\ m_{31} & m_{32} & a_{33}^{(3)} & a_{34}^{(3)} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & a_{44}^{(4)} \end{bmatrix}$$

Dengan mengikuti proses dekomposisi dari matrik 3x3 dan 4x4, diharapkan dapat memberikan pola berpikir untuk mendekomposisikan matrik ukuran nxn. Sedangkan eksistensi dari dekomposisi matrik A=LU dijamin: (lihat Anton & Rorres, *Elementary Linear Alg.*, hal. 479), yaitu:

Jika A matrik bujur sangkar yang dapat direduksi menjadi bentuk eselon baris U dengan eliminasi Gauss tanpa penukaran baris, maka A dapat difaktorkan sebagai $A = LU$, dengan $U = E_m E_{m-1} \cdots E_2 E_1 A, \quad L = E_1^{-1} E_2^{-1} \cdots E_m^{-1}$; $E_1, E_2, \cdots, E_m$ matrik elementer yang berkaitan dengan operasi baris.

Berikut langkah-langkah dekomposisi pada matrik ukuran nxn:

- $a_{11} = a_{11}^{(1)}, a_{12} = a_{12}^{(1)}, \cdots, a_{1n} = a_{1n}^{(1)}$
- Untuk p=1,2,…,n

- $m_{rp} = a_{rp}^{(p)} / a_{pp}^{(p)}, \quad r = p+1, p+2, \cdots, n$

  $a_{rc}^{(p+1)} = a_{rc}^{(p)} - m_{rp} a_{pc}^{(p)}, \quad c = p+1, p+2, \cdots, n$

Matrik yang diperoleh

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} \\ m_{21} & a_{22}^{(2)} & a_{23}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} \\ m_{31} & m_{32} & a_{33}^{(3)} & \cdots & a_{3n}^{(3)} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \cdots & a_{nn}^{(n)} \end{bmatrix}$$

Warna kuning merupakan elemen dari U dan sisanya elemen dari L dengan diagonal utama bernilai satu.

3. Metode Iterasi

Dalam proses iterasi, masing-masing persamaan yang ada dihitung nilai perkiraan awal dari satu variabel yang tidak diketahui, dengan menggunakan nilai perkiraan sebelumnya. Perhitungan ini diulang terus dengan harapan iterasi berikutnya akan lebih dekat ke solusi sebenarnya.

Persamaan pertama dari Sistem (1) dapat digunakan untuk menghitung x_1 sebagai fungsi dari $x_2, x_3, \ldots, x_n$. Persamaan kedua untuk menghitung x_2 sebagai fungsi dari $x_1, x_3, \ldots, x_n$, demikian seterusnya sehingga didapat :

$$x_1 = \left[b_1 - \left(a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n \right) \right] / a_{11}$$
$$x_2 = \left[b_2 - \left(a_{21}x_1 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n \right) \right] / a_{22}$$
$$\vdots$$
$$x_n = \left[b_n - \left(a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn-1}x_{n-1} \right) \right] / a_{nn}$$

Hitungan dimulai nilai perkiraan awal sebarang untuk variabel yang dicari (biasanya semua variabel diambil sama dengan nol). Nilai perkiraan awal tersebut disubstitusikan ke dalam ruas kanan dari sistem Persamaan (2). Selanjutnya nilai variabel yang didapat tersebut disubstitusikan ke ruas kanan dari Sistem (2) lagi untuk mendapatkan nilai perkiraan kedua. Prosedur tersebut diulangi lagi sampai nilai setiap variabel pada iterasi ke n mendekati nilai pada iterasi ke n-1. Persamaan (2) dapat ditulis menjadi :

$$x_1^{(k+1)} = \left[b_1 - \left(a_{12}x_2^{(k)} + a_{13}x_3^{(k)} + \cdots + a_{1n}x_n^{(k)} \right) \right] / a_{11}$$
$$x_2^{(k+1)} = \left[b_2 - \left(a_{21}x_1^{(k)} + a_{23}x_3^{(k)} + \cdots + a_{2n}x_n^{(k)} \right) \right] / a_{22}$$
$$\vdots$$
$$x_n^{(k+1)} = \left[b_n - \left(a_{n1}x_1^{(k)} + a_{n2}x_2^{(k)} + \cdots + a_{nn-1}x_{n-1}^{(k)} \right) \right] / a_{nn}$$

Superskript k pada x menyatakan banyak-nya iterasi yang telah dilakukan. Tentunya rumus iterasi tersebut dibentuk dengan memilih elemen diagonalnya tidak boleh nol. Bila ada yang nol, maka sistem persamaan linier perlu diubah lebih dahulu urutan persamaannya. Iterasi diatas dikenal sebagai metode Jacobi, dan penghentian iterasi dilakukan dengan

$$\max_{1\le i\le n}\left|x_i^{(k+1)}-x_i^{(k)}\right|<\mathrm{Tol}$$

dapat juga digunakan nilai relatifnya

$$\max_{1\le i\le n}\left|\frac{x_i^{(k+1)}-x_i^{(k)}}{x_i^{(k+1)}}\right|<\mathrm{Tol}$$

Di dalam metode Jacobi, nilai x_1 yang dihitung dari persamaan pertama tidak digunakan untuk menghitung nilai x_2 dengan persamaan kedua. Demikian juga nilai x_2 tidak digunakan untuk mencari x_3 , sehingga nilai-nilai tersebut tidak dimanfaatkan. Sebenarnya nilai baru tersebut lebih baik dari nilai-nilai yang lama. Didalam metode Gauss-Seidel nilai-nilai dimanfaatkan untuk menghitung variabel berikutnya.

Iterasi Gauss-Seidel sebagai cara penyelesaian sistem persamaan linier tidak jauh beda dengan iterasi Jacobi. Pada iterasi Gauss-Seidel, nilai hasil perhitungan pada baris awal langsung digunakan untuk perhitungan nilai selanjutnya di dalam iterasi. Dengan cara ini konvergensi akan tercapai lebih cepat. Bentuk umum iterasi Gauss-Seidel adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
x_1^{(k+1)} &= \left[b_1-\left(a_{12}x_2^{(k)}+a_{13}x_3^{(k)}+\cdots+a_{1n}x_n^{(k)}\right)\right]/a_{11}\\
x_2^{(k+1)} &= \left[b_2-\left(a_{21}x_1^{(k+1)}+a_{23}x_3^{(k)}+\cdots+a_{2n}x_n^{(k)}\right)\right]/a_{22}\\
x_3^{(k+1)} &= \left[b_2-\left(a_{31}x_1^{(k+1)}+a_{32}x_3^{(k+1)}+a_{34}x_4^{(k)}+\cdots+a_{2n}x_n^{(k)}\right)\right]/a_{33}\\
&\vdots\\
x_n^{(k+1)} &= \left[b_n-\left(a_{n1}x_1^{(k+1)}+a_{n2}x_2^{(k+1)}+\cdots+a_{nn-1}x_{n-1}^{(k+1)}\right)\right]/a_{nn}
\end{aligned}$$

Pada saat menghitung $x_1^{(k+1)}$ kita gunakan $x_2^{(k)},x_3^{(k)},x_4^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}$, pada $x_2^{(k+1)}$ kita gunakan $x_1^{(k+1)},x_3^{(k)},x_4^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}$, hasil perhitungan sebelumnya digunakan pada tahap ini, begitu juga untuk menghitung $x_3^{(k+1)}$ menggunakan $x_1^{(k+1)},x_2^{(k+1)},x_4^{(k)},\cdots,x_n^{(k)}$, semakin ke bawah semakin banyak hasil iterasi ke-k+1 yang digunakan.

Agar iterasi konvergen metoda Jacobi dan juga Gauss-Seidel mengharuskan matrik koefisiennya diagonal dominant, yaitu $\left|a_{ii}\right| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \left|a_{ij}\right|$. Kondisi ini merupakan syarat cukup, yaitu bila dipenuhi maka iterasi konvergen, tetapi bila tidak dipenuhi masih dimungkinkan konvergen, dengan lambat.

4. Kesimpulan

Sistem persamaan yang banyak dijumpai bersifat ‘jarang’ dan banyak koefisien yang merupakan nol. Dalam hal ini cara iterasi lebih baik. Sistem persamaan ini banyak dijumpai pada persamaan diferensial. Sistem persamaan yang banyak, bila diselesaikan dengan eliminasi akan kurang teliti dan membutuhkan tempat yang banyak bila diprogram pada komputer.

Daftar Pustaka

[1] L.H. Wiryanto, 2014, *Metoda Numerik Pada Sistem Persamaan Linier*, disampaikan pada kuliah tamu di UNP Kediri.

[2] Triatmodjo, B, 2002, *Metode Numerik dilengkapi dengan program komputer,* Beta Offset.

[3] Djojodihardjo, H, 2000, *Metode Numerik*, Penerbit PT Gramedia Pustaka Utama.