

ISBN No. 978-602-19590-2-2



PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL

MATEMATIKA XVI

Bandung, 3-6 Juli 2012

*“Matematika sebagai Bahtera Pendidikan untuk
Mencerdaskan Kehidupan Bangsa”*



Diselenggarakan oleh :

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Padjadjaran

Bekerjasama dengan :

The Indonesian Mathematical Society (IndoMS)

DAFTAR ISI PROSIDING

	halaman
COVER	i
DAFTAR ISI	ii
TIM PROSIDING KNM XVI	xxi
TIM PENILAI MAKALAH KNM XVI	xxiii
KATA PENGANTAR PRESIDEN INDOMS.....	xxv
KATA PENGANTAR KETUA PANITIA	xxvii
DAFTAR NAMA PEMBICARA UTAMA KNM XVI	xxviii
DAFTAR TOPIK PEMBICARA UTAMA KNM XVI	xxix
DAFTAR MAKALAH	xxx

MAKALAH PEMBICARA UTAMA KNM XVI

Pelabelan Graf dan Matriks Ketetangaan <i>Kiki A. Sugeng</i>	1-14
Calculus on The Family of Continuous Functions <i>Soeparna Darmawijaya</i>	15-32
Customer Comparative Benchmarking of Penang Beach Hotels' Service Performance Using Analytic Hierarchy Process <i>Engku Muhammad Nazri Bin Engku Abu Bakar</i>	33-42

BIDANG ALJABAR

Pembangkitan S-Box 8x8 yang Kuat Secara Kriptografis dengan Menggunakan Metode Gao <i>Sari Agustini Hafman, Arif Fachru Rozi</i>	43-50
Submodul Prima Terasosiasi <i>Sutopo, Indah Emilia Wijayanti, Sri Wahyuni</i>	51-56

Estimasi Parameter Model <i>Cox Bivariat</i> Bersyarat dengan Metode <i>Maximum Partial Likelihood Estimation</i>	645-654
<i>Irfan Wahyudi, Puhadi, Sutikno, Irhamah</i>	
Aplikasi Analisis Regresi Logistik untuk Mendiagnosis Penyakit Mata Katarak	655-662
<i>Julius Hendrik Lolombulan, Yopi F. Thungari</i>	
Evaluasi Jumlah Suara Tidak Sah pada Pemilihan Kepala Daerah (Contoh Kasus Kabupaten Ogan Ilir Tahun 2005)	663-666
<i>Eriga</i>	
Korelasi Hidrodinamika dengan Penyebaran Polutan di Sungai	667-670
<i>Bambang Agus S., Basuki Widodo, Setiawan</i>	
Log-Logistik <i>Hierarchical Bayesian</i> Model pada Estimasi Pengeluaran Perkapita Rumah Tangga	671-678
<i>Pudji Ismartini, Nur Iriawan, Setiawan, Brodjol Sutijo Suprih Ulama</i>	
Pemodelan Persamaan Struktural dengan Hubungan Kuadratik	679-688
<i>Widya Irmaningtyas, Dedi Rosadi</i>	
Simulasi Model Regresi Logistik dengan Penambahan Konstanta untuk Memprediksi Peluang Suatu Kasus	689-694
<i>Ratna Christianingrum</i>	
Aplikasi Metode Lean Six Sigma dalam Usaha Mengurangi Ketidaksesuaian Volume dan Kegagalan Proses Penutupan Botol pada Pengisian Produk Cair di PT. Kimia Farma (Persero) tbk <i>Plant Bandung</i>	695-704
<i>Ekasatya Aldila Afriansyah, Bambang Avip Priatna Martadiputra, Rini Marwati</i>	
Model <i>Long-Memory</i> Farima dan Aplikasinya pada Pemodelan Data <i>Asset Returns</i> di Indonesia	705-712
<i>Iqbal Kharisudin, Dedi Rosadi, Abdurakhman, Suhartono</i>	
Pengembangan dan Penerapan Model <i>Space Time</i>	713-722
<i>Budi Nurani Ruchjana</i>	

Perbandingan LSE dan SLSE pada Model ARCH dengan Studi Monte Carlo	811-814
<i>Herni Utami, Subanar, Dedi Rosadi</i>	

BIDANG TERAPAN

Kebijakan Pemanenan Optimal pada Model Kompetisi Dua Populasi	815-824
<i>Syamsuddin Toaha</i>	

Analisa Kestabilan Gerak Gelombang Air pada Bidang Miring dengan Metode Kedua <i>Liapunov</i>	825-828
<i>Bambang Agus S, Lukman Hanafi</i>	

<i>Maximum Likelihood Estimation</i> (MLE) pada Model Logistik Exponensial	829-836
<i>Desi Rahmatina</i>	

Konstruksi Algoritma RSA dan Elgamal Berbasis Grup Kurva Eliptik	837-846
<i>Is Esti Firmanesa</i>	

Aplikasi Metode Elemen Hingga dalam Menganalisis Sifat-Sifat Akustik dari Busa Poliuretan	847-858
<i>Zeth Arthur Leleury, Basuki Widodo, Yono Hadi Pramono</i>	

Pemanfaatan <i>Theorema Chinese Remainder</i> Sebagai Pembangkit <i>Key Broadcasting</i> pada Protokol Pertukaran Kunci	859-864
<i>Aprita Danang Permana</i>	

Eksistensi Titik Ekuilibrium pada Pemodelan <i>Natural History of Cervical Cancer</i>	865-872
<i>Tri Sri Noor Asih, Lina Aryati, Fajar Adi Kusumo, Mardiah Suci Hardianti</i>	

Analisis Perambatan Soliton pada Medium Nonlinear Kerr Nonlokal Melalui Evolusi Nilai Eigen	873-878
<i>Isnani Darti, Suhariningsih, Marjono</i>	

TIM PROSIDING

Penanggung Jawab Prosiding:

Dr. Endang Rusyaman

Editor:

Dr. Stanley PD, M.Pd

Dr. Ema Carnia, M.Si

Dr. Nursanti Anggriani, M.Si

Bendahara :

Betty Subartini, MS.

Bidang IT :

Dr. Setiawan Hadi

Koordinator :

Bidang Aljabar	: Edi Kurniadi, M.Si
Bidang Analisis	: Alit Kartiwa, M.Si
Bidang Graf dan Kombinatorika	: Akmal, MT
Bidang Komputer	: Erick Paulus, M.Komp
Bidang Keuangan	: Riaman, M.Si
Bidang Teori dan Sistem Kendali	: Anita Triska, M.Si
Bidang Statistika	: Nurul Gusriani, M.Si
Bidang Terapan	: Firdaniza, M.Si
Bidang Pendidikan	: Diane Amor K, M.Pd

Staf Pendukung :

Firas Atqiya

Fahmi Chandra P.

Nurul Hanifa

Siti Dwi Setiarini

Risna Wulantini

Layout dan Cover

Reza Purwadi

Dr. Sukono

ANALISA KESTABILAN GERAK GELOMBANG AIR PADA BIDANG MIRINGDENGAN METODE KEDUA LIAPUNOV

BAMBANG AGUS S.¹, LUKMAN HANAFI²

¹Pendidikan Matematika UNP Kediri, bb7agus1@gmail.com

²Matematika ITS surabaya, lukman@matematika.its.ac.id

Abstrak

Metode kedua Liapunov merupakan metode yang dalam analisa kestabilan terhadap sebuah sistem tidak memerlukan jawab secara langsung dari persamaan yang diberikan, akan tetapi cukup ditemukan fungsi energi darinya yang dinamakan fungsional Liapunov, analisa kestabilan sudah dapat dilakukan.

Dalam penelitian ini, dikembangkan penggunaan metode kedua Liapunov untuk menganalisa kestabilan gerak gelombang air pada bidang miring yang model matematikanya berbentuk persamaan diferensial parsial (PDP). Hasil dari penelitian ini diperoleh kejelasan tentang proses pembentukan fungsional Liapunov khusus untuk PDP serta besaran fisis yang berpengaruh terhadap kestabilan sistem, yaitu kemiringan dan konstanta gesekan.

Kata kunci : *metode kedua Liapunov, gelombang air, bidang miring, PDP.*

1. Pendahuluan

Meskipun pada umumnya penyelesaian eksak dari suatu persamaan diferensial parsial sulit diperoleh, namun kita masih bisa menggali informasi secara kualitatif dari persamaan diferensial yang diberikan tanpa harus menyelesaikannya. Diantara masalah yang tergolong dalam kriteria ini adalah masalah kestabilan.

Metode kedua Liapunov merupakan metode yang dalam analisa kestabilan terhadap sebuah sistem tidak memerlukan jawab secara langsung dari persamaan yang diberikan, akan tetapi cukup ditemukan fungsi energi darinya yang dinamakan fungsional Liapunov, analisa kestabilan sudah dapat dilakukan.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisa kestabilan gerak gelombang air pada bidang miring dengan terlebih dahulu menemukan fungsional Liapunov dan menentukan besaran fisis yang berpengaruh pada kestabilan sistem tersebut.

2. Metodologi

Dalam penelitian ini, pembahasan dimulai dengan menurunkan persamaan gerak gelombang air pada bidang miring berdasarkan hukum kekekalan massa dan hukum kedua Newton, yang menghasilkan persamaan diferensial parsial. Selanjutnya dibentuk fungsional Liapunov dari persamaan gerak yang diperoleh dengan metode-P yang hasilnya dipakai untuk mendapatkan informasi tentang kestabilan sistem.

3. Hasil dan Pembahasan

Persamaan diferensial yang mengendalikan gerak gelombang air pada bidang miring adalah

$$(a) \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$(b) \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g' \frac{\partial h}{\partial x} = g' s C_f \frac{u^2}{h} \quad (2)$$

Untuk memudahkan penerapan metode-P (fungsional Liapunov untuk PDP), dua persamaan di atas direduksi menjadi satu persamaan, dengan cara mengamati solusi khusus dari (a) dan (b). Secara umum solusinya adalah h dan u sebagai fungsi dari x dan t . Salah satu bentuk h dan u yang memenuhi (a) dan (b) adalah keduanya konstan, $h = h_0$ dan $u = u_0$.

Guna mendapatkan hasil perhitungan yang baik, dilakukan skala variabel pada persamaan di atas pemilihan skala yang kita gunakan, sedemikian rupa sehingga solusinya menjadi $h = 1$ dan $u = 1$.

$$u = u_0 \bar{u}, h = h_0 \bar{h}, x = l \bar{x}, t = \frac{lt}{u_0} \quad (3)$$

Dimana l skala panjang arah x .

Substitusi (3) pada (a) dan (b) menghasilkan persamaan di bawah ini, dengan menghilangkan notasi bar, untuk memudahkan penulisan.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{u_0^2}{g' h_0} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{ls}{h_0} \left(1 - C_f \frac{u_0^2 u^2}{h_0 g' s h} \right) \quad (5)$$

Bilangan fisik yang disebut bilangan Froude yang berbentuk $F_r = \frac{u_0^2}{g' h_0}$ dapat ditulis dalam bentuk bilangan lain, yaitu dengan menggunakan persamaan $F_r = \frac{s}{c_f}$ sehingga (5) menjadi

$$F_r \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{F_r}{\sigma} \left(1 - \frac{u^2}{h} \right) \quad (6)$$

Dengan $\sigma = \frac{h_0}{lc_f}$

Selanjutnya diamati kestabilan solusinya. Untuk itu diberikan gangguan dan diamati masalah liniernya. Gangguan pada solusi itu dituliskan dalam bentuk $h = 1 + \beta h$ dan $u = 1 + \beta u$ dengan β bilangan yang sangat kecil. Substitusi pada (4) dan (6), menguraikan dan hanya memperhatikan sampai orde β memberikan sepasang persamaan linier yang dituliskan tanpa notasi bar.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$F_r \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{F_r}{\sigma} (h - 2u) \quad (8)$$

Penggunaan (7) dengan mengeliminasi u , membawa ke persamaan dalam h . Turunkan (10) terhadap x lebih dahulu, kemudian $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}$ dan $\frac{\partial h}{\partial t}$ gantikan dari (7) hasilnya

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} - (F_r^{-1} - 1) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \sigma^{-1} \left(2 \frac{\partial h}{\partial t} + 3 \frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0$$

Atau

$$h_{tt} + 2h_{xt} - (F_r^{-1} - 1)h_{xx} + \sigma^{-1}(2h_x + 3h_t) = 0 \quad (9)$$

Inilah persamaan yang akan diselidiki kestabilannya dengan menggunakan metode-P.

Penggunaan metode-P dimulai dengan mendiskripsikan PDP persamaan (9) sebagai operator dalam waktu dan ruang.

$$L_h = h_{tt} + 2h_{xt} - (F_r^{-1} - 1)h_{xx} + \sigma^{-1}(2h_x + 3h_t) = 0$$

$$I_h = 2h_t + 2h_x + 2\sigma^{-1}h$$

Kemudian diintegrasikan terhadap ruang dan waktu, diperoleh

$$\int_0^t \int_{x_1}^{x_2} L_h I_h dx dt = 0$$

$$\int_0^t \int_{x_1}^{x_2} [h_{tt} + 2h_{xt} - (F_r^{-1} - 1)h_{xx} + \sigma^{-1}(2h_x + 3h_t)][2h_t + 2h_x + 2\sigma^{-1}h] dx dt = 0$$

$$\int [h_t^2 + 4h_{xt}h_t - 2(F_r^{-1} - 1)hh_{xt} + 10\sigma^{-1}h_xh + 2h_x^2 + 2\sigma^{-1}hh_t + 2\sigma^{-1}h^2] dx$$

$$+ \int_0^t \int_{x_1}^{x_2} [2(F_r^{-1} - 1) - 6\sigma^{-1}hh_{xt} + 2\sigma^{-1}h_t^2 - 2h_xh_{tt} + 62\sigma^{-1}h_x^2 + 2(F_r^{-1} - 1)hh_{xt} - 2\sigma^{-1}(F_r^{-1} - 1)hh_{xx} + 6\sigma^{-2}hh_x] dx dt$$

Sehingga

$$V = \int_{x_1}^{x_2} [h_t^2 + 4h_{xt}h_t - 2(F_r^{-1} - 1)hh_{xt} + 10\sigma^{-1}h_xh + 2h_x^2 + 2\sigma^{-1}hh_t + 2\sigma^{-1}h^2] dx$$

Dan

$$\dot{V} = - \int_{x_1}^{x_2} [2(F_r^{-1} - 1) - 6\sigma^{-1}hh_{xt} + 2\sigma^{-1}h_t^2 - 2h_xh_{tt} + 62\sigma^{-1}h_x^2 + 2(F_r^{-1} - 1)hh_{xt} - 2\sigma^{-1}(F_r^{-1} - 1)hh_{xx} + 6\sigma^{-2}hh_x] dx$$

Dengan ditemukannya fungsional Liapunov beserta turunannya terhadap waktu, berarti informasi tentang kestabilan sistem sudah dapat diketahui. Sistem akan stabil bila $V > 0$ dan $\dot{V} < 0$. Dari persamaan itu pula akan diketahui kondisi yang berpengaruh terhadap kestabilan sistem dengan memperhatikan koefisien dari V dan \dot{V} yang mengandung bilangan Froude (F_r), sehingga dari

$$V \text{ didapat } -2(F_r^{-1} - 1) < 0 \text{ atau } F_r < 1 \quad (3)$$

$$\dot{V} \text{ didapat } (4 - 2\sigma^{-1})(F_r^{-1} - 1) < 0 \text{ atau } F_r < 1 \quad (4)$$

Jadi kondisi $F_r < 1$ menyebabkan sistem dalam keadaan stabil, sehingga untuk memeriksa kestabilan gerak gelombang air pada bidang miring cukup dilihat dari pengaruh besaran fisis yang membentuk bilangan Froude, yaitu kemiringan (α) dan konstanta gesekan (c_f). Bila yang terjadi tidak memnuhi kondisi, salah satu cara mengubahnya dengan memperkecil sudut kemiringan dari bidang.

4. Kesimpulan

Metode kedua Liapunov dapat digunakan untuk mempelajari kestabilan sistem yang digambarkan oleh PDP asal dapat ditemukan fungsi energinya yang dinamakan *fungsi Liapunov*. Pembentukan fungsi Liapunov untuk PDP sering muncul dalam bentuk energi total (potensial dan kinetik), sedangkan metode yang paling umum dalam permasalahan ini adalah metode yang ditemukan oleh *Park dan Pritchard* yang dinamakan metode-P. Berdasarkan analisa dengan fungsi Liapunov, ditemukan kriteria kestabilan yaitu kondisi $F_r < 1$ menyebabkan sistem dalam keadaan stabil, sehingga untuk memeriksa kestabilan gerak gelombang pada bidang miring cukup dilihat dari pengaruh besaran fisis yang membentuk bilangan Froude, yaitu kemiringan dan konstanta gesekan, bila yang terjadi tidak memenuhi kondisi, salah satu cara mengubahnya dengan memperkecil sudut kemiringan dari bidang.

Daftar Pustaka

- [1] Benjamin, T.B., Wave Formation in Laminar Flow Down an Inclined Plane, *Journal Fluid Mechanic II*, 554-574.
- [2] Park, P.C. and Pritchard, A.J., Stability Analysis in Structural Dynamics Using Liapunov Functional, *Journal of Sound and Vibration*, 1972, 25(4), 609-621.